

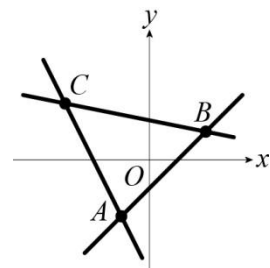
# 崇光中學 110 學年度第二學期 高二數學(A) 期末考 試題卷

## 單選題

1. 設  $a = \sqrt{23} + \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{17} + 3$ ,  $c = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$ , 請選出正確的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  大小關係。  
(A)  $b > c > a$  (B)  $c > b > a$  (C)  $c > a > b$  (D)  $b > a > c$  (E)  $a > b > c$ 。
2. 試問方程式  $|x - (\sqrt{3} - 2)| + |x - (\sqrt{3} + 2)| = 4$  有幾個整數解?  
(A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 (E) 5 個
3. 設  $x - 2$  是  $f(x) - 2$  的因式,  $x - 3$  是  $f(x) - 6$  的因式, 則  $f(x)$  除以  $x^2 - 5x + 6$  的餘式為  
(A)  $4x + 6$  (B)  $-4x + 6$  (C)  $4x - 6$  (D)  $-6x + 4$  (E)  $6x - 4$ 。
4. 滿足不等式  $(x + 1)^3(x + 2)^2(x - 6) \leq 0$  的整數解  $x$  共有多少個?  
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10。
5. 設  $f(x)$  為三次多項式, 且已知  $f(2) = f(3) = 0$ ,  $f(0) = 12$ ,  $f(1) = -6$ , 則  $f(-1)$  為  
(A)  $-12$  (B)  $-36$  (C)  $84$  (D)  $36$  (E)  $12$ 。
6. 下列哪一個不等式的解為任意實數?  
(A)  $x^2 + 6x + 9 \leq 0$  (B)  $x^2 + x + 3 > 0$  (C)  $x^2 + 2x - 2 < 0$  (D)  $x^2 - 5x + 4 \geq 0$   
(E)  $2x^2 - x + 4 < 0$
7. 下列矩陣中, 有幾個矩陣使得三角形經由此二階方陣變換後, 面積保持不變?  
$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
  
(A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個

**多選題**

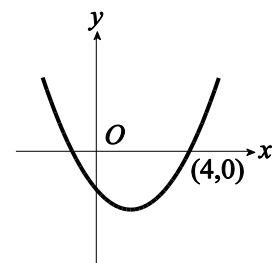
8. 設三直線  $L_1: x - y - 1 = 0$ ,  $L_2: 2x + y + 4 = 0$ ,  $L_3: x + 5y - 7 = 0$  的圖形如圖所示。則下列選項哪些是正確的？



(A)  $L_1$  為  $BC$  直線 (B)  $L_2$  為  $AC$  直線 (C)  $L_3$  為  $AB$  直線 (D)  $A$  點的坐標為  $(-1, -2)$

(E)  $\triangle ABC$  內部區域 (含邊界) 的聯立不等式為 
$$\begin{cases} x + 5y - 7 \leq 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

9. 二次函數  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形如右，則下列選項哪些正確？



(A)  $a > 0$  (B)  $b > 0$  (C)  $c < 0$  (D)  $b^2 - 4ac > 0$  (E)  $9a + 3b + c > 0$ 。

10. 已知  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  的圖形通過兩點  $(1, 8)$ 、 $(2, 15)$ ，則下列選項哪些正確？

(A)  $a = 3$  (B)  $b = 9$  (C)  $(1, 8)$  是  $y = f(x)$  圖形的對稱中心 (D)  $y = f(x)$  與  $x$  軸恰有一交點

(E)  $f(x)$  除以  $x - 2$  的餘式為  $-1$ 。

11. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，則下列選項哪些正確？

(A)  $A$  是旋轉矩陣 (B)  $A$  是鏡射矩陣 (C)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (D)  $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (E)  $A^6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

12. 已知  $\Gamma$  方程式  $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ ，試問下列哪些選項是正確的？

(A)  $\Gamma$  的圖形為一圓，且圓心坐標  $(5, 0)$ ，半徑 9 (B)  $\Gamma$  上的點與直線  $L: 3x + 4y - 15 = 0$  的最遠距離

為 3 (C) 直線  $L_1: 3x + 4y = 0$  與  $\Gamma$  相切 (D)  $\Gamma$  上恰有兩個點與直線  $L_1: 3x + 4y = 0$  的距離為 2

(E)  $\Gamma$  上恰有四個點與直線  $L_2: 3x + 4y - 5 = 0$  的距離為 2

**填充題**

13. 已知  $\triangle ABC$  之三頂點為  $A(0, 0)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(2, 4)$ ，若將此三頂點沿著  $x$  軸方向伸縮為 4 倍，沿著  $y$  軸方向伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，得  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$  三點，求  $\triangle A'B'C'$  的面積為 \_\_\_\_\_。

14. 根據氣象資料的顯示，某個城市在晴天之後，隔天下雨的機率為  $\frac{1}{3}$ ；而在雨天之後，隔天晴天的機率是  $\frac{1}{2}$ 。若開始觀察天氣的當天是晴天，試求(1) 2 天後是晴天的機率為\_\_\_\_\_ (2)長期而言，天氣變化趨於穩定，則在穩定狀態下此城市下雨的機率為\_\_\_\_\_。
15. 設  $a$ 、 $b$  為實數， $M = \begin{bmatrix} a & 5 \\ 2 & b \end{bmatrix}$ ，若直線  $L: x+2y=2$  經過矩陣  $M$  的線性變換後，得新直線  $L': x+y=8$ ，則  $a+b=$ \_\_\_\_\_。
16. 設  $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^3$ ，若  $f(x)$  展開之後的常數項為  $a$ ，所有係數的和為  $b$ ， $f(x^3)$  是  $c$  次多項式，則數對  $(a, b, c) =$ \_\_\_\_\_。
17. 若將二次函數  $y = -3x^2 + 12x + a$  的圖形向左移  $b$  單位 ( $b > 0$ )，再向上移 2 單位，得二次函數  $y = -3x^2 - 6x + 3$ ，則數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。
18. 設  $a$ 、 $b$  為實數，若二次不等式  $-x^2 + ax + b < 0$  的解為  $x > 2$  或  $x < -3$ ，則數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。
19. 圓  $C$  通過點  $A(4, 2)$ 、 $B(1, -5)$ ，且圓心在直線  $x + 3y - 1 = 0$  上，則此圓的標準式為\_\_\_\_\_。
20. 設圓  $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$  與直線  $L: 3x + 4y + b = 0$  相切於點  $(4, c)$ ，則序  $(a, b, c) =$ \_\_\_\_\_。
21. 設  $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$  的整數部分  $a$ ，小數部分  $b$ ，則  
 (1) 滿足不等式  $3 \leq |ax - 1| < 9$  的整數  $x$  共有\_\_\_\_\_個。(2)  $\frac{1}{b} - \frac{6}{b+1} =$ \_\_\_\_\_。
22. 根據中央氣象局的資料，自 1911 年至 2010 年的一百年間，共有 347 次的颱風侵襲紀錄，主要集中於 7、8、9 月，每個月均超過 80 個颱風。假設臺北市的坐標為  $(-4, 8)$ ，現有一颱風中心位於  $(4, -3)$ ，暴風半徑為單位 4，往  $(-8, 6)$  的方向前進，若前進方向維持不變，試問：  
 (1) 颱風的暴風圈是否會掃過臺北市？請選出最合適的敘述：(單選題)  
 (A) 颱風中心會直接通過臺北市 (B) 颱風中心不會通過臺北市，但暴風圈會掃過臺北市 (C) 颱風行進的過程中，臺北市剛好會被暴風圈的最外圍「削過」 (D) 颱風中心不會通過臺北市且暴風圈也不會掃過臺北市。  
 (2) 若颱風中心通過  $(0, 0)$  時，前進方向突然逆時針轉了  $37^\circ$  後，又繼續直線前進，求颱風中心與臺北市的最近距離為\_\_\_\_\_。(  $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$  )

# 崇光中學 110 學年度第二學期 高二數學(A) 期末考 答案卷

班級：                      座號：                      姓名：

◎請用原子筆作答◎

## 單選題

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |
|----|----|----|----|----|----|----|

## 多選題

|    |    |     |     |     |
|----|----|-----|-----|-----|
| 8. | 9. | 10. | 11. | 12. |
|----|----|-----|-----|-----|

## 填充題

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| 13    | 14(1) | 14(2) |
| 15.   | 16.   | 17.   |
| 18.   | 19.   | 20.   |
| 21(1) | 21(2) | 22(1) |
| 22(2) |       |       |

# 崇光中學 110 學年度第二學期 高二數學(A) 期末考 答案卷

班級：                      座號：                      姓名：

◎請用原子筆作答◎

## 單選題

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. D | 5. E | 6. B | 7. E |
|------|------|------|------|------|------|------|

## 多選題

|        |        |         |        |         |
|--------|--------|---------|--------|---------|
| 8. BDE | 9. ACD | 10. BCD | 11. AE | 12. BCD |
|--------|--------|---------|--------|---------|

## 填充題

|            |                       |                     |
|------------|-----------------------|---------------------|
| 13. 10     | 14(1) $\frac{11}{18}$ | 14(2) $\frac{2}{5}$ |
| 15. 5      | 16. (8,0,18)          | 17. (-8,3)          |
| 18. (-1,6) | 19.                   | 20. (-20, -20, 2)   |
| 21(1) 6    | 21(2) -1              | 22(1) C             |
| 22(2) 8    |                       |                     |